الامتحان الفصلي الأول الدوام الصباحي	الاسم:	
الرياضيـــــات	الدرجة: ٦٠٠ ، المدة: ثلاث ساعات	
الثالث الثانوي العلمي (٢٠٢١ – ٢٠٢٢)	التاريخ:	

أولاً : أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية : **(٤٠ درجة لكل سؤال)**

السؤال الأول: الجدول الآتي يمثل جدول تغيرات التابع f :

x	$-\infty$		2		5
$f'(x)$	$+$		‖	$+$	0
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$		‖	$-\infty \nearrow$	1

❶. اكتب مجموعة تعريف التابع و مجموعة قيمه.

❷. دل على القيمة الحدية محلياً و اكتب معادلة المماس عندها.

❸. اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 1$.

❹. أوجد $\lim\limits_{x \to -\infty} f(f(x))$.

السؤال الثاني: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق: $u_0 = 2 \quad , \quad u_{n+1} = 2u_n - 3$

أثبت بالتدريج أنّ $u_n = -(2^n) + 3$.

السؤال الثالث: ليكن كثير الحدود $\mathrm{P}(z) = z^3 - 2(\sqrt{3}+i)z^2 + 4(1+\sqrt{3}i)z - 8i$ ، و المطلوب:

❶. تحقق أن $z = 2i$ جذر للمعادلة $\mathrm{P}(z) = 0$

❷. عيّن العددين الحقيقيين $a \ , \ b$ حيث: $\mathrm{P}(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$

❸. حل المعادلة: $\mathrm{P}(z) = 0$

❹. وضّع النقاط $A \ , \ B \ , \ C$ الممثلة للأعداد العقدية: $z_A = \sqrt{3} - i \ , \ z_B = \sqrt{3} + i \ , \ z_C = 2i$
في مستوٍ ، ثم أثبت أن الرباعي $OABC$ معيّن

السؤال الرابع: في المستوي العقدي $(0, \vec{u}, \vec{v})$ لتكن النقطة M التي تمثل العدد العقدي $z = x + yi$ ، و المطلوب:

❶. أثبت مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق: $z^2 - (1+i)^2 = \overline{z}^2 - (1-i)^2$ ، تعطى بالعلاقة : $y = \dfrac{1}{x}$ حيث $x \neq 0$ و مثّلها في المستوي.

❷. في حالة ($z \neq i$) نضع $Z = \dfrac{1 - iz}{1 + iz}$ ، أثبت أنه إذا كانت $|z| = 1$ كان Z عدد تخيلي بحت.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : **(٦٠ درجة لكل سؤال)**

التمرين الأول: في المستوي العقدي $(0, \vec{u}, \vec{v})$ لتكن الأعداد العقدية
$z_A = 1 + i \ , \ z_B = -1 + i \ , \ z_C = -1 - i$ الممثلة للنقاط $A \ , \ B \ , \ C$ على الترتيب ، و المطلوب:

❶. ليكن العدد العقدي $z_E = -1 + \sqrt{3}$ الممثل للنقطة E أثبت أنه $\dfrac{z_B - z_C}{z_E - z_C} = e^{\frac{\pi}{3}i}$ و استنتج نوع المثلث BCE .

❷. ليكن العدد العقدي $z_F = -i(1 + \sqrt{3})$ الممثل للنقطة F أثبت أن النقاط $E \ , F \ , A$ تقع على استقامة واحدة.

التمرين الثاني: ليكن f تابع معرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق العلاقة: $f(x)=\frac{x^2+a}{x-1}$

❶. عين a ليكون للتابع f قيمة حدية محلياً عند $x=2$.

❷. بفرض أن $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$ خطه البياني C ،أوجد معادلة المقارب المائل للخط C.

❸. اكتب معادلة كل مماس أفقي للخط C.

التمرين الثالث: في معلم متجانس $\left(0\ ,\vec{i}\ ,\vec{j}\ ,\vec{k}\right)$ لتكن النقاط:

$$A(-1\ ,2\ ,4)\ ,\ B(3\ ,0\ ,-1)\ ,\ C(1\ ,1\ ,1)$$

❶. أثبت أن النقط $A\ ,\ B\ ,\ C$ ليست على استقامة واحدة ، و أوجد معادلة المستوي (ABC) .

❷. عيّن النقطة M من محور التراتيب المتساوية البعد عن النقطتين $A\ ,\ B$.

❸. اكتب معادلة الكرة التي مركزها A و تمر من النقطة B .

التمرين الرابع: لتكن المتتاليتان $(x_n)_{n\geq1}\ ,\ (y_n)_{n\geq1}$ معرفتان وفق:

$x_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+..........+\frac{1}{2n}$ و $y_n=x_n+\frac{1}{n}$ ، و المطلوب:

❶. أثبت أن المتتاليتان متجاورتان.

❷. أثبت أن المتتالية $(x_n)_{n\geq1}$ محدودة، و استنتج عنصراً راجحاً و عنصراً قاصراً لها.

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathrm{I}=]-1,+\infty[$ ، وفق: $f(x)=\frac{x}{x+1}$ ، و المطلوب:

❶. ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها ، و اكتب معادلة أي مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.

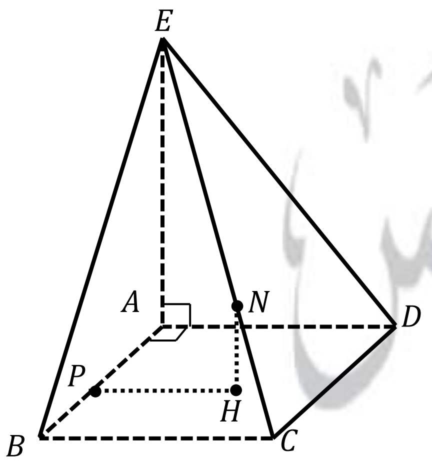
❷. ارسم كل مقارب و ارسم C ، و ناقش بيانياً حسب قيم $m\in\mathbb{R}$ عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

❸. عيّن العدد A الذي يحقق الشرط: أيّاً كان $x>A$ فإن $f(x)\in]0.98\ ,1.02[$.

❹. أثبت أن $f(0.02)\simeq0.02$.

❺. اكتب معادلة مماس للخط C مار بالنقطة $A(-1\ ,0)$.

المسألة الثانية: في الشكل المجاور : $E-ABCD$ ،



هرم قاعدته مربع طول ضلعه 3 ، (AE) يعامد $(ABCD)$

و $AE=4$ و N نقطة تحقق $\overrightarrow{EN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EC}$

و باختيار معلم متجانس $\left(A\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\ ,\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$ ، المطلوب:

❶. أوجد إحداثيات رؤوس الهرم و النقطة N .

❷. إذا كان H مسقط N و P مسقط H على AB احسب NP.

❸. إذا كان $M(x\ ,\ y\ ,\ z)$ نقطة من المستوي المحوري للقطعة ED.

أثبت أن M تحقق : $6y-8z+7=0$.

❹. أعطي المعادلة الديكارتية لمخروط رأسه A و مركز قاعدته E و نصف قطر قاعدته 3.

❺. احسب حجم الهرم $E-ABCD$.

❖❖انتهت الأسئلة❖❖